,Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новосибирский государственный технический университет»
Кафедра алгебры и математической логики

Паспорт экзамена

по дисциплине «Линейная алгебра», 1 семестр

1. Методика оценки

Экзамен проводится в письменной форме, по билетам. Билет формируется по следующему правилу: первый вопрос выбирается из диапазона вопросов 1-24, второй вопрос из диапазона вопросов 25-48 (список вопросов приведен ниже). Третьим заданием в билете является задача по любой теме курса. В ходе экзамена преподаватель вправе задавать студенту дополнительные вопросы из общего перечня (п. 4).

Форма экзаменационного билета

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
Факультет _____

Билет № _____
к экзамену по дисциплине «Линейная алгебра»

---

1. Теорема о ранге. Теорема Кронекера-Капелли.
2. Свойства и геометрический смысл векторного произведения.
3. Решить матричное уравнение

$$\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 1 & 1 & 1\\ 1 & 3 & 6\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}2 & 1 & 11\\ 3 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 2 & 7\\ -1 & 3 & 11\\ 2 & 2 & 3\end{pmatrix}$$

Утверждаю: зав. кафедрой ____ _____ должность, ФИО
(подпись)
(дата)

2. Критерии оценки

- Ответ на экзаменационный билет считается **неудовлетворительным**, если студент при ответе на вопросы не дает определений основных понятий, при решении задачи допускает принципиальные ошибки,
- оценка составляет 0-*10 баллов.*
- Ответ на экзаменационный билет засчитывается на **пороговом** уровне, если студент при ответе на вопросы дает определение основных понятий, при решении задачи допускает непринципиальные ошибки, например, вычислительные,
- оценка составляет 11-*20 баллов.*
- Ответ на экзаменационный билет засчитывается на **базовом** уровне, если студент при ответе на вопросы формулирует основные понятия, теоремы, не допускает ошибок при решении задачи,
- оценка составляет 21-*30 баллов.*
- Ответ на экзаменационный билет засчитывается на **продвинутом** уровне, если студент

хорошо знает теорию и умеет решать практические задачи,

- оценка составляет 32-40 *баллов.*

3. Шкала оценки

В общей оценке по дисциплине экзаменационные баллы учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

4. **Вопросы к** экзамену **по дисциплине «**Линейная алгебра**»**

1. Понятие поля. Числовые поля ***Q, R, C***. Конечные поля.
2. Поле комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексного числа. Формы записи комплексных чисел. Формула Муавра. Нахождение корней n-й степени комплексного числа.
3. Понятие кольца. Кольцо многочленов над полем. Теорема Безу. Основная теорема алгебры. Разложение многочленов на множители в поле ***R***. Нахождение целых корней многочлена.
4. Алгебра матриц. Кольцо матриц над полем.
5. Определитель обратимости матрицы. Свойства определителей.
6. Обратная матрица. Методы нахождения обратной матрицы.
7. Ранг матрицы. Методы нахождения ранга матрицы.
8. Пространство арифметических векторов. Критерий линейной зависимости системы арифметических векторов. Теорема о базисном миноре. Критерий линейной зависимости строк (столбцов) квадратной матрицы.
9. Решение невырожденных систем линейных уравнений методом Крамера, методом Жордана-Гаусса и с помощью обратной матрицы.
10. Теорема Кронекера-Капелли. Нахождение общего решения системы линейных уравнений.
11. Приведенная система линейных уравнений. Фундаментальная система решений (ф.с.р.). Теорема о связи общего решения системы линейных уравнений и ф.с.р. приведенной системы.

12. Геометрическое векторное пространство. Базис в пространстве, на плоскости и на прямой.
13. Декартова система координат, ПДСК. Длина вектора. Расстояние между точками. Орт вектора. Проекция. Направляющие косинусы.
14. Скалярное произведение: определение, свойства, выражение в декартовых координатах, нахождение угла между векторами, нахождение проекции. Физический смысл скалярного произведения.
15. Векторное произведение: определение, свойства, выражение в декартовых координатах, физический смысл.
16. Смешанное произведение: определение, свойства, выражение в декартовых координатах.

17. Уравнения прямой на плоскости (общее уравнение, параметрические уравнения, каноническое уравнение, уравнение в отрезках).
18. Уравнение прямой на плоскости с угловым коэффициентом. Нормальное уравнение прямой. Взаимное расположение прямых. Нахождение угла между прямыми.
19. Уравнения плоскости в пространстве. Взаимное расположение плоскостей.
20. Уравнения прямой в пространстве. Взаимное расположение прямых, прямой и плоскости.

21. Линейные пространства: определение и примеры. Критерий линейной зависимости векторов.
22. Базис. Примеры базисов. Координаты вектора. Свойства координатных столбцов.
23. Теорема о числе базисных векторов. Ранг системы векторов. Теорема о ранге конечной системы числовых векторов. Размерность пространства. Конечномерные и бесконечномерные пространства. Теорема о дополнении системы векторов до базиса.

24. Замена базиса. Матрица перехода. Преобразование координат вектора при смене базиса.
25. Изоморфизм линейных пространств. Теорема об изоморфизме линейных пространств.
26. Линейное подпространство: определение и примеры. Сумма и пересечение подпространств: определение и связь размерностей. Прямая сумма подпространств.
27. Понятие линейного подпространства и линейного многообразия. Примеры многообразий.

28. Линейные операторы: определение и примеры. Пространство линейных операторов.
29. Произведение линейных операторов: определение и свойства. Критерии невырожденности линейного оператора.
30. Ядро, образ, ранг и дефект линейного оператора. Связь ранга и дефекта.
31. Матрица линейного оператора. Теорема о координатах образа вектора при линейном преобразовании.
32. Теорема об изоморфизме алгебры линейных операторов и алгебры матриц.
33. Связь между матрицами линейного оператора в разных базисах.
34. Характеристический многочлен и его инварианты.
35. Собственные числа и собственные векторы линейного оператора: определение и отыскание.
36. Теорема о диагональной матрице линейного оператора. Отыскание базиса, в котором матрица оператора диагональна.

37. Евклидово пространство. Неравенство Коши-Буняковского. Длина вектора в евклидовом пространстве: определение и свойства.
38. Угол между векторами в евклидовом пространстве. Матрица Грама. Ортонормированный базис.
39. Скалярное произведение, длина вектора и координаты вектора в ортонормированном базисе.
40. Метод ортогонализации Шмидта.
41. Теорема об изоморфизме евклидовых пространств.
42. Ортогональные линейные операторы и матрицы.
43. Симметрические линейные операторы и матрицы. Собственные числа и собственные векторы симметрического оператора.
44. Квадратичные формы и приведение их к каноническому виду.
45. Кривые второго порядка и приведение их уравнений к каноническому виду.
46. Эллипс (каноническое уравнение, параметры и свойства).
47. Гипербола и парабола (канонические уравнения, параметры и свойства).
48. Поверхности второго порядка.